Método Mack

El método Mack busca estimar la variabilidad de las reservas calculadas por el método de Chain Ladder para así poder encontrar los percentiles requeridos con el fin de calcular el riesgo de reserva.

Este método se basa en el ajuste de una distribución Lognormal a la reserva final. Para llegar a esto, explora las medidas de variabilidad en los factores de desarrollo, buscando en primer lugar estimar la variabilidad de las reservas y finalmente estimar los parámetros de la distribución Lognormal.

El método Mack parte de los supuestos de que los factores de desarrollo por año son independientes entre sí. Además, demuestra que tanto los factores de desarrollo gobales como los individuales (monto por monto), son estimadores insesgados de un factor de desarrollo teórico.

$$\text{Donde: } f_k = \frac{\sum_{j=1}^{I-k} C_{j,k+1}}{\sum_{j=1}^{I-k} C_{j,k}} \quad \textit{factor de desarrollo global por año.}$$

$$f_{j,k} = \frac{C_{j,k+1}}{C_{j,k}} \quad \textit{factor de desarrollo individual.}$$

Se demuestra que el factor de desarrollo global es el estimador insesgado de mínima varianza del factor de desarrollo teórico, y que los factores de desarrollo individuales son observaciones con un grado de error del factor de desarrollo teórico. Por ello, estima la variabilidad de la reserva a partir de la variabilidad entre los factores de desarrollo individuales y el factor de desarrollo global para cada año de desarrollo.

La medida de variabilidad usada es el error cuadrático medio. Mediante una extensa demostración se llega a las siguientes fórmulas:

$$ECM(R_i) = C_{i,I}^2 \sum_{k=I+1-i}^{I-1} \frac{\alpha_k^2}{f_k^2} \cdot \left(\frac{1}{C_{i,k}} + \frac{1}{\sum_{j=1}^{I-k} C_{j,k}} \right)$$

$$\alpha_k^2 = \frac{1}{I-k-1} \sum_{j=1}^{I-k} C_{j,k} \left(\frac{C_{j,k+1}}{C_{j,k}} - f_k \right)^2, \qquad 1 \le k \le I-2$$

$$\alpha_{I-1}^2 = \min\left(\frac{\alpha_{I-2}^4}{\alpha_{I-3}^2}, \min(\alpha_{I-2}^2, \alpha_{I-3}^2) \right)$$

$$ECM(R) = \sum_{i=2}^{I} \left\{ ECM(R_i) + C_{i,I} \left(\sum_{j=i+1}^{I} C_{j,I} \right) \sum_{k=I+1-i}^{I-1} \frac{\frac{2\alpha_k^2}{f_k^2}}{\sum_{n=1}^{I-k} C_{n,k}} \right\}$$

Donde α_k^2 es una constante de variabilidad que, en términos simples, corresponde a un estimador ponderado de la varianza del estimador del factor de desarrollo. (Es un estimador de la varianza del estimador).

Una vez obtenidos los errores cuadráticos medios de las fórmulas anteriores y con las reservas calculadas por el método de Chain Ladder, se procede a hacer la estimación de los parámetros de la distribución Lognormal correspondiente a los datos. Esto se hace mediante el método de momentos, las ecuaciones resultantes para los parámetros son las siguientes:

$$e^{\mu_i+\frac{\sigma_i^2}{2}} = \widehat{R}_i\,;\;\; e^{2\mu_i+\sigma_i^2}\left(e^{\sigma_i^2}-1\right) = ECM\left(\widehat{R}_i\right)$$

$$\sigma_i^2 = \ln\left(1+\frac{ECM\left(\widehat{R}_i\right)}{R_i^2}\right);\;\; \mu_i = \ln\left(\widehat{R}_i\right)-\frac{\sigma_i^2}{2}$$

Una vez estimados los parámetros, se busca el percentil 99.5% de las distribución Lognormal para estimar el riesgo de reserva. Si no se cuenta con la función de distribución inversa para una Lognormal, entonces se calcula el percentil 99.5% de una distribución normal con los parámetros estimados, y se saca la exponencial del número obtenido.

$X_p - e^{\mu_i+Z_p\sigma_i}$ Z_p *es el percentil p% de una distribución normal estándar.*

Para el ejercicio del examen del curso de solvencia II, la media y la desviación estándar para el método Mack son:

Media	3,336,107.58
Desv. Est.	2,267,343.50